

Энгельсский технологический институт (филиал) федерального государственного  
бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.»

Кафедра «Естественных и математических наук»

## **ФИЗИКА**

Методические указания к  
выполнению лабораторной работы  
**“ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ”**

для студентов направлений

09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

09.03.04 «Программная инженерия»

15.03.02 «Технологические машины и оборудование»

15.03.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств»

18.03.01 «Химическая технология»

23.03.01 «Нефтегазовое дело»

29.03.05 «Конструирование изделий легкой промышленности»

очной и заочной формы обучения

**Энгельс 2024**

# Экспериментальные исследования электростатических полей с помощью электролитической ванны

## Введение

При конструировании электровакуумных приборов, электронных ламп, ускорителей заряженных частиц, при расчете характеристик волноводов и т.д. требуется знать распределение электрического поля в пространстве, заключенном между электродами различной формы. Аналитический расчет поля удастся выполнить для весьма ограниченного набора конфигураций и взаимного расположения электродов. Сложные электростатические поля исследуются экспериментально, в частности, с помощью электролитической ванны.

Цель работы – изучение метода моделирования электростатических полей в электролитической ванне и исследование их характеристик в пространстве между электродами различной формы.

## 1 Теоретическая часть

Электростатическое поле – это поле, создаваемое покоящимися электрическими зарядами. Силовой характеристикой поля является напряженность  $\vec{E}$ , которая равна отношению силы  $\vec{F}$ , действующей со стороны электрического поля на точечный пробный заряд, помещенный в рассматриваемую точку поля, к величине  $q_{пр}$  этого заряда:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{пр}}. \quad (1.1)$$

Пробный заряд должен быть столь малым, чтобы его внесение не искажало исследуемое с его помощью поле.

Энергетической характеристикой электростатического поля служит его потенциал  $\varphi$ , численно равный работе, которую совершают силы поля над единичным положительным зарядом при удалении его из данной точки на бесконечность:

$$\varphi = \frac{A_{эл}}{q}. \quad (1.2)$$

Напряженность и потенциал связаны друг с другом соотношением:

$$\vec{E} = -grad\varphi = -\nabla\varphi, \quad (1.3)$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_l dl, \quad (1.4)$$

где  $\varphi_1, \varphi_2$  – потенциалы в точках 1 и 2,  $d\vec{l}$  – вектор элементарного перемещения в электростатическом поле,  $E_l$  – проекция вектора напряженности на  $d\vec{l}$ . В декартовых координатах для  $\vec{E}$  имеем:

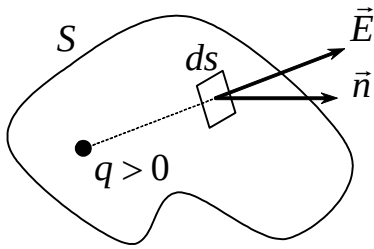


Рис.2

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right),$$

где  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  – единичные орты в направлениях  $x$ ,  $y$ ,  $z$  соответственно.

Удобной моделью электрического поля является его изображение в виде силовых и эквипотенциальных линий. Силовые линии – это кривые, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора  $\vec{E}$ .

Силовые линии начинаются на положительных зарядах (источники), а заканчиваются на отрицательных (стоки). В такой модели величина напряженности  $\vec{E}$  пропорциональна густоте силовых линий (числу линий, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярной к ним). Поэтому там, где силовые линии идут гуще, напряженность поля  $|\vec{E}|$  – больше. Картину силовых линий удобно дополнить картиной эквипотенциальных поверхностей – поверхностей равного потенциала. Пере-

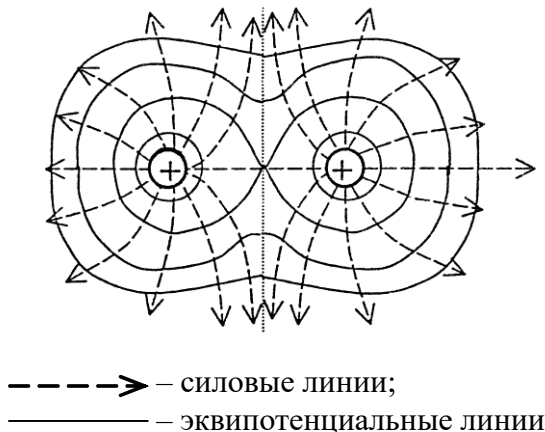


Рис.1

секаясь с плоскостью чертежа, эквипотенциальные поверхности дают эквипотенциальные линии (рис.1).

Линии напряженности перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям (линиям), в том числе и поверхностям проводников в электростатическом поле, так как последние являются эквипотенциальными объемами. Тогда вектор средней напряженности  $\langle\vec{E}\rangle$  между двумя эквипотенциальными поверхностями (линиями) с разностью потенциалов  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  направлен вдоль линии, соответствующей кратчайшему расстоянию между ними  $\Delta l$  от большего потенциала к меньшему – вдоль направления наибольшего изменения потенциала (навстречу  $grad\varphi$ ). Согласно (1.5) для модуля средней напряженности поля  $\langle E \rangle$  имеем:

$$\langle E \rangle = \left| \frac{\Delta\varphi}{\Delta l} \right|. \quad (1.6)$$

Ведем понятие потока напряженности через поверхность  $S$ :

$$N = \int_S E_n ds, \quad (1.7)$$

где  $E_n$  – проекция вектора напряженности на нормаль к элементу поверхности  $ds$  (рис.2). Графический смысл потока – число силовых линий, пронизывающих поверхность  $S$ .

Для расчета электростатических полей в вакууме применяется теорема Остроградского – Гаусса. Она гласит, что поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на  $\varepsilon_0$ :

$$\oint_S \vec{E}_n ds = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{\infty} q_i, \quad (1.8)$$

где  $\sum_{i=1}^{\infty} q_i$  – сумма зарядов, находящихся внутри замкнутой поверхности  $S$ ;

$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м – электрическая постоянная. В (1.8) под  $\vec{n}$  понимается внешняя нормаль к поверхности.

Использование теоремы особенно удобно в случае полей, обладающих заранее известной симметрией, обусловленной симметрией в конфигурации зарядов – источников рассматриваемого поля. При этом удается так выбрать поверхность интегрирования, что поток напряженности сквозь нее можно выразить через искомую напряженность поля, что существенно упрощает вычисления. Используя теорему Остроградского – Гаусса (1.8) и формулу (1.4), можно получить значения напряженности и потенциала полей, созданных следующими заряженными телами:

1. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}, \quad (1.9)$$

где  $\sigma = q/S$  – поверхностная плотность заряда на плоскости,  $q$  – заряд на участке плоскости площадью  $S$ .

2. Поле конденсатора, образованного двумя бесконечными пластинами (рис.3):

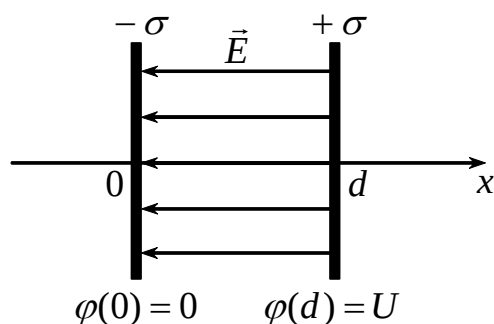


Рис.3

$$E(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{\sigma}{\varepsilon_0}, & 0 \leq x \leq d; \\ 0, & x > d. \end{cases} \quad (1.10)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ Ex, & 0 \leq x \leq d; \\ U, & x > d, \end{cases} \quad (1.11)$$

где  $x$  – координата, отсчитываемая от пластины с нулевым потенциалом;  $d$  – расстояние между пластинами;  $U = Ed$  – напряжение на конденсаторе.

конденсаторе.

3. Поле конденсатора, образованного двумя бесконечно длинными коаксиальными цилиндрами (рис.4):

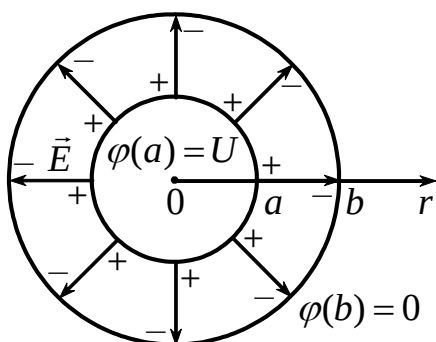


Рис.4

$$E(r) = \begin{cases} 0, & 0 \leq r < a; \\ \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}, & a \leq r \leq b; \\ 0, & r > b. \end{cases} \quad (1.12)$$

$$\varphi(r) = \begin{cases} U, & 0 \leq r < a; \\ \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{b}{r}\right), & a \leq r \leq b; \\ 0, & r > b, \end{cases} \quad (1.13)$$

где  $\tau = q/l$  – линейная плотность зарядов,  $q$  – заряд на участке цилиндра длиной  $l$ ;  $r$  – расстояние от оси цилиндров до точки расчета напряженности и потенциала;  $a$  и  $b$  – радиусы внутреннего и внешнего цилиндров соответственно;  $U$  – напряжение на конденсаторе.

Емкости плоского (рис.3) и цилиндрического (рис.4) конденсаторов даются формулами соответственно:

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}, \quad (1.14)$$

где  $S$  – площадь пластины,

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(b/a)}, \quad (1.15)$$

где  $L$  – длина цилиндра.

Вывод некоторых формул приведен в Приложениях.

Энергия  $W$ , запасенная в электрическом поле конденсатора, и объемная плотность энергии (энергия единицы объема)  $w$  определяются выражениями:

$$W = \frac{CU^2}{2}, \quad (1.16)$$

$$w = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}. \quad (1.17)$$

Сила  $F$  притяжения пластин в плоском конденсаторе (пондеромоторная сила) рассчитывается по формуле:

$$F = \frac{Eq}{2} = \frac{q^2}{2\epsilon_0 S}. \quad (1.18)$$

В экспериментальной части работы будут исследованы электрические поля в плоском и цилиндрическом конденсаторах.

## 2 Методика эксперимента и описание установки

### 2.1 Выбор методики эксперимента

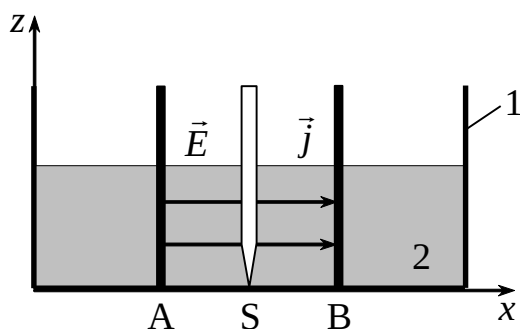
В данной работе для исследования электростатических полей выбран метод их моделирования в электролитической ванне. Он основан на том, что сла-

бные токи в электролитах подчиняются закону Ома и связаны с напряженностью поля  $\vec{E}$  соотношением:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}, \quad (2.1)$$

где  $\vec{j}$  – плотность тока;  $\gamma$  – удельная проводимость электролита.

Поле плотности тока в электролите графически представляется линиями плотности тока также, как электростатическое поле силовыми линиями, и, согласно уравнению (2.1), они совпадают. Если необходимо исследовать какое-либо электрическое поле, то металлические модели электродов, создающих его, помещают в ванну с электролитом (рис.5). Модели электродов должны быть подобны оригиналам по конфигурации, размерам и расположению, а подаваемые на них от источника потенциалы пропорциональны потенциалам на реальных электродах. В ванне возникает электрический ток, линии которого совпадают с силовыми линиями электрического поля.



1 – ванна; 2 – электролит; S – зонд;  
A, B – электроды

Рис.5

Для измерения потенциала в различных точках ванны используют проводник-зонд. Так как ток течет только в электролите, то на границах ванна – электролит и электролит – воздух линии плотности тока параллельны этим поверхностям (рис.5), т.е.  $j_z = 0$ . В случае неглубокой

ванны это условие распространяется на весь объем электролита (рис.5), т.е. линии  $\vec{j}$  горизонтальны. Таким образом, можно достаточно точно моделировать лишь поля с горизонтальными силовыми линиями, зависящие только от двух координат  $x$  и  $y$  (плоскопараллельные поля). Такие поля создаются заряженными бесконечно длинными вдоль  $z$  цилиндрическими (плоскими) поверхностями. Для их моделирования электроды конечной длины погружают на дно неглубокой ванны и создают на них соответствующие потенциалы, при этом поле  $\vec{j}$  в ванне эквивалентно электрическому полю  $\vec{E}$  от бесконечно длинных вдоль  $z$  электродов.

В экспериментальной части работы будут исследоваться плоскопараллельные поля в неглубокой ванне.

## 2.2 Экспериментальная установка и требования к ее элементам

Схема установки представлена на рис.6. В эксперименте используются следующие приборы: генератор сигнала низкой частоты ГЗ (1), вольтметр универсальный В7 (2) с зондом (3), электролитическая ванна (4) с набором электродов различной формы (5).

С генератора переменное напряжение подается на электроды, формируя электрическое поле и токи в ванне. В зависимости от положения переключателя П вольтметр измеряет:

- а) напряжение на электродах, если П в положении "U";
- б) потенциал поля в точке нахождения зонда относительно заземленного электрода, если П в положении "S";

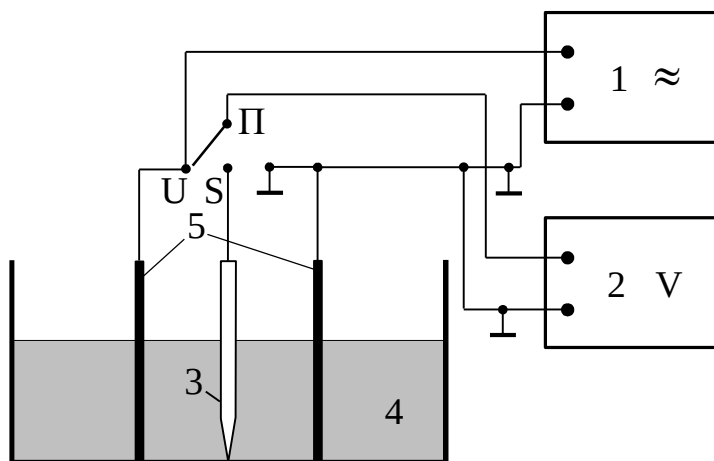


Рис.6

- в) вход вольтметра закорочен, если П в положении "⊥".

Для уменьшения методических погрешностей моделирования электростатических полей к установке предъявляются следующие требования:

- а) требования к электролиту: метод моделирования основан на соотношении (2.1). Электролит не должен искажать это соотношение, т.е. должен быть однородным ( $\gamma = const$ ). Если в электролите будут течь заметные токи, то

вследствие локального разогрева изменится его проводимость и соотношение (2.1) может нарушиться, поэтому электролит должен быть слабо проводящим. В качестве электролита обычно используется дистиллированная вода;

- б) требования к ванне: для сохранения подобия линий поля и тока необходимо, чтобы проводимость материала ванны была много меньше проводимости электролита. В этом случае ток не ответвляется на ванну, а протекает лишь по электролиту. В качестве материала ванны обычно применяют органическое стекло;

- в) требования к источнику напряжения: при использовании источника постоянного тока из-за электролиза изменяется состав электролита и нарушается его однородность. Поэтому в установке применяется источник переменного тока (генератор сигналов ГЗ);

- г) требования к зонду и вольтметру: для минимального искажения зондом исследуемого поля его диаметр должен быть достаточно малым, так чтобы изменение потенциала в пределах зонда было много меньше его абсолютного значения. Входное сопротивление вольтметра должно быть много больше сопротивления участка электролита, к которому он подключается. При этом отклонение тока на вольтметр мало, что делает искажения поля пренебрежимо малыми.

## 3 Экспериментальная часть

### 3.1 Правила техники безопасности при выполнении работы

При работе на экспериментальной установке необходимо соблюдать следующие правила техники безопасности:

- а) включать установку в сеть только после проверки ее лаборантом или преподавателем;
- б) при включенной установке не касаться руками электродов;
- в) смену электродов проводить только при выключенном генераторе;
- г) по окончании измерений установку отключить от сети;
- д) дополнительные указания по технике безопасности представлены в инструкции по эксплуатации приборов.

### 3.2. Подготовка установки к работе

Для подготовки экспериментальной установки к работе:

- а) установить в ванну с дистиллированной водой электроды (форма электродов указывается преподавателем);
- б) собрать схему, изображенную на рис.6, и показать для проверки преподавателю или лаборанту;
- в) поставить переключатель П в положение "U";
- г) подготовить к работе и включить приборы;
- д) подать с генератора ГЗ сигнал частоты  $f = 5 \text{ кГц}$  и напряжением  $U = 5 \text{ В}$ ;
- е) по вольтметру В7 с помощью генератора установить напряжение на электродах  $U = 5 \text{ В}$ ;
- ж) поставить переключатель П в положение "S". При этом вольтметр В7 подключен к зонду и измеряет разность потенциалов между зондом и заземленным электродом. Установка готова к работе.

### 3.3 Задание 1. Исследование электростатического поля плоского конденсатора

#### 3.3.1 Измерения:

- а) в случае установленных в ванну плоских электродов, перемещая зонд от одного электрода к другому вдоль средней линии с шагом  $\Delta x = 1 \text{ см}$ , снять зависимость потенциала от расстояния  $\varphi = \varphi(x)$  при  $x < 0$ ,  $0 \leq x \leq d$ ,  $x > d$ , где  $x = 0$  и  $x = d$  – координаты электродов. Расстояние  $d$  устанавливается по указанию преподавателя в пределах от 10 до 20 см;
- б) экспериментально определить четыре эквипотенциальные линии с потенциалами  $\varphi = 1 \text{ В}$ ,  $2 \text{ В}$ ,  $3 \text{ В}$ ,  $4 \text{ В}$ . Для определения эквипотенциальной линии перемещать зонд по ванне, находя точки с одинаковым потенциалом и записы-

вая их координаты. Для каждой линии необходимо определить не менее 7 точек. проверить, что электроды являются эквипотенциальными поверхностями.

### 3.3.2 Обработка результатов измерений:

а) по результатам измерений построить график зависимости  $\varphi = \varphi(x)$ . Качественно сравнить экспериментальную кривую с теоретической;

б) графическим дифференцированием (см. Приложение) рассчитать зависимость  $E = E(x)$  при  $x < 0$ ,  $0 \leq x \leq d$ ,  $x > d$ , построить ее график, провести качественное сравнение с теорией;

в) по результатам измерений построить картину эквипотенциальных и силовых линий электростатического поля плоского конденсатора, образованного двумя бесконечными пластинами;

г) используя значение площади пластин  $S = 1 \text{ м}^2$  и пренебрегая искажением поля на их краях, рассчитать следующие характеристики:  $q$  и  $\sigma$  – заряд и поверхностную плотность заряда на пластине,  $C$  – емкость конденсатора,  $W$  и  $w$  – энергию и объемную плотность энергии поля,  $F$  – силу притяжения пластин. Считая, что в моделируемом конденсаторе диэлектрик отсутствует, диэлектрические свойства электролита не учитывать;

д) рассчитать поток напряженности  $\vec{E}$  через плоскую поверхность площадью  $S = 1 \text{ м}^2$ , расположенную внутри конденсатора и наклоненную к силовым линиям под углом  $\alpha = 30^\circ$ .

### *Литература*

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М: Наука, Т.3 2016
2. Физический практикум/ Под ред. В.И. Ивероной. М.: Физматгиз, 2017
3. Учебные анимированные клипаты по физики ЭТИ СГТУ [Электронный ресурс] <http://tfi.sstu.ru/>
4. Калашников С. Г. Электричество. -М.: Наука, 2015. - 576 с.
5. Матвеев А. Н. Электричество и магнетизм. -М.: Высшая школа, 2017
6. Савельев И. В. Курс общей физики. Т. 2. - М.: Наука, 2016 - 496с.
7. . Савельев И. В. Курс общей физики. Т. 3. -М.: Наука, 2016. -317с.
8. Гольди н Л. Л. Руководство к лабораторным занятиям по физике. -М.: Наука. 2017. -687 с. .